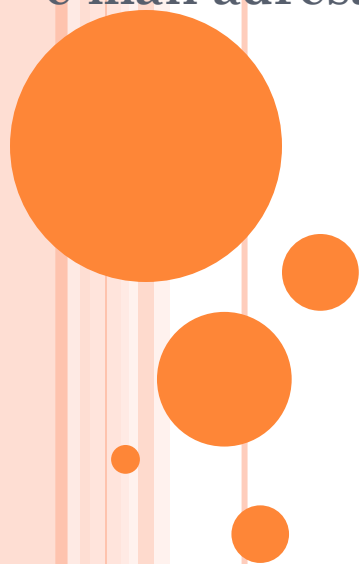
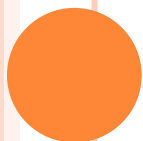
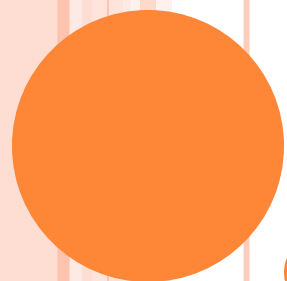


# TEHNIČKA ŠKOLA “ MIHAJLO PUPIN “ BIJELJINA

Profesor Tanja Dragić

e-mail adresa: [tanja.dragic92@gmail.com](mailto:tanja.dragic92@gmail.com)

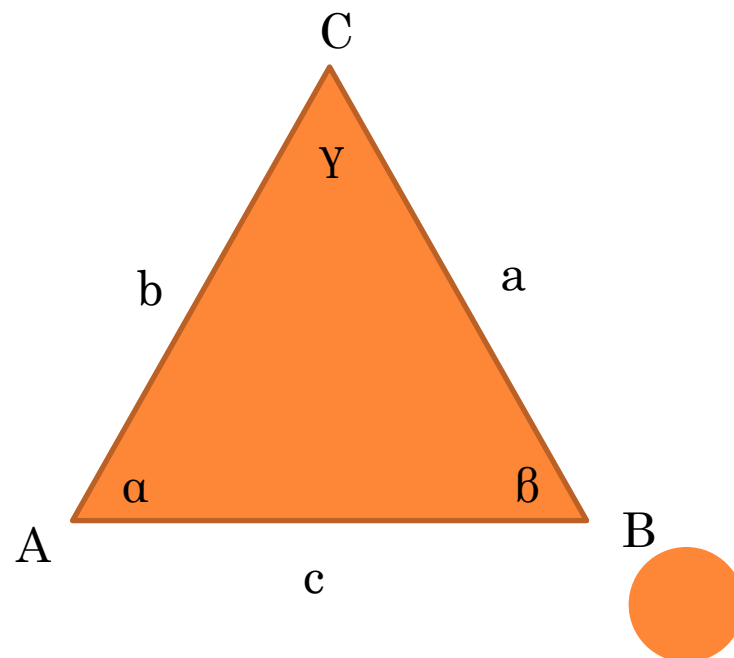




# PODUDARNOST TROUGLOVA

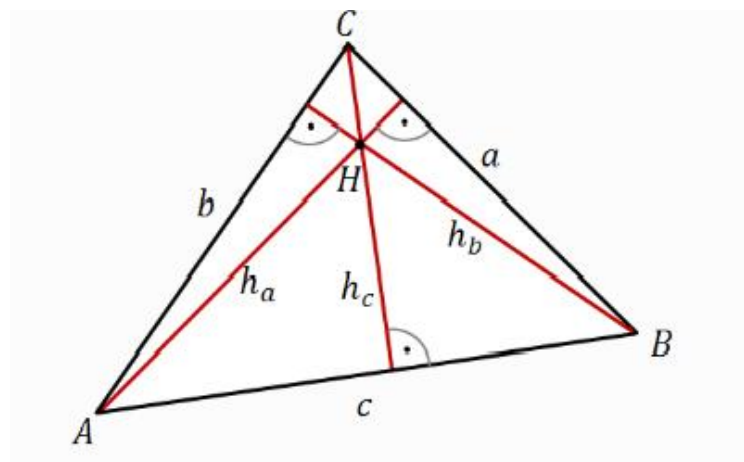
# VAŽNE TAČKE TROUGLA

- Prvo ćemo se podsjetiti važnih tačaka i pravih u trouglu.
- Trougao ima tjemena A,B,C
- Trougao ima stranice a, b, c
- Trougao ima uglove  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$



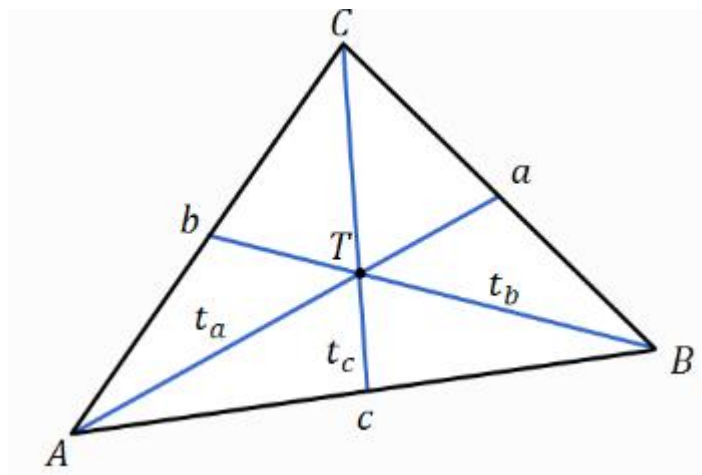
# VAŽNE TAČKE TROUGLA

- Duž koja spaja tjeme sa naspramnom stranicom i na tu stranicu pada pod pravim uglom naziva se visina trougla.
- Visine trougla su:  $h_a, h_b, h_c$
- Presjek svih visina trougla naziva se otrocentar H.



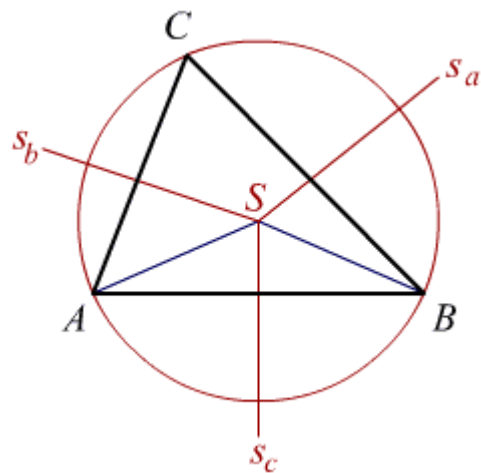
# VAŽNE TAČKE TROUGLA

- Težišna duž je duž koja spaja tjeme sa sredinom naspramne stranice.
- Težišne duži su:  $t_a, t_b, t_c$
- Presjek težišnih duži trougla naziva se težište  $T$ .



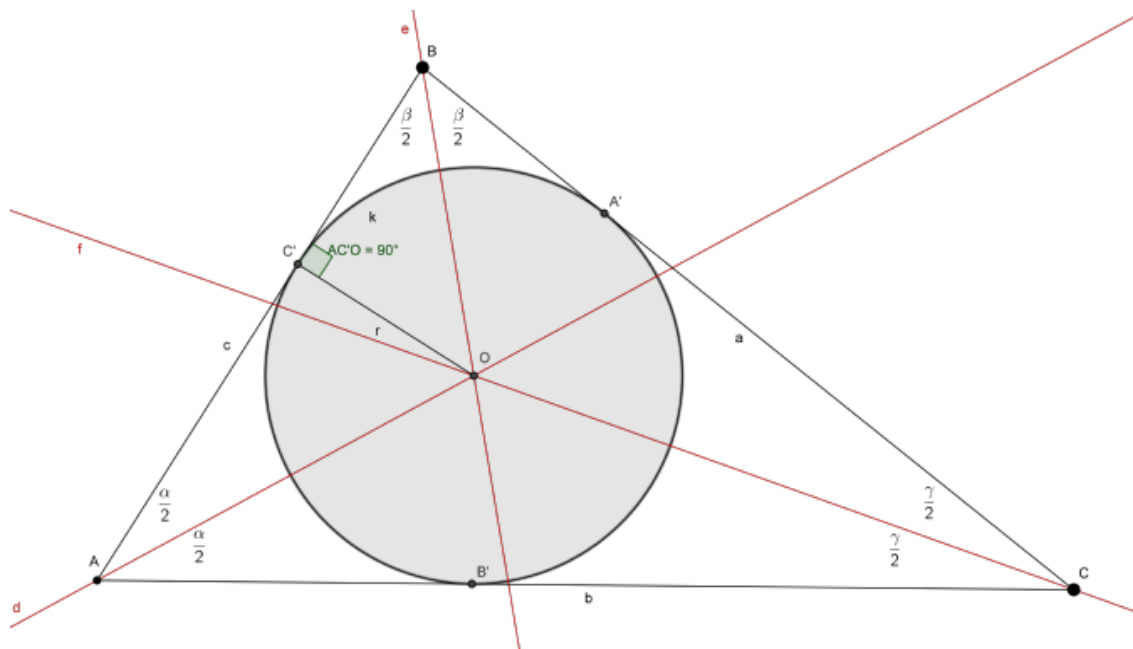
# VAŽNE TAČKE TROUGLA

- Simetrala stranice je prava koja polovi stranicu i na nju pada pod pravim uglom.
- Simetrale stranica su:  $s_a, s_b, s_c$
- Presjek simetrala stranica je centar opisane kružnice  $S$ .



# VAŽNE TAČKE TROUGLA

- Simetrala ugla je prava koja polovi ugao.
- Simetrale ugla su:  $s_\alpha, s_\beta, s_\gamma$
- Presjek simetrala uglova je centar upisane kružnice O.



# PODUDARNOST TROUGLOVA

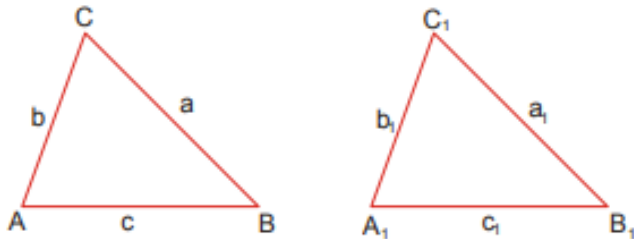
Po definiciji, dva trougla  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  su podudarni ako postoji izometrija koja  $\triangle ABC$  prevodi u  $\triangle A_1B_1C_1$ . Obično se podudarnost označava sa  $\cong$ .

Znači, ako su dva trougla podudarna onda je:  $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1 \rightarrow a = a_1, b = b_1, c = c_1, \alpha = \alpha_1, \beta = \beta_1, \gamma = \gamma_1$

Postoje 4 teoreme ( stava ) o podudarnosti trouglova:

## Stav SSS

Dva trougla su podudarna ako i samo ako su stranice jednog trougla jednake odgovarajućim stranicama drugog trougla.



$$\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1 \Leftrightarrow a = a_1 \wedge b = b_1 \wedge c = c_1$$

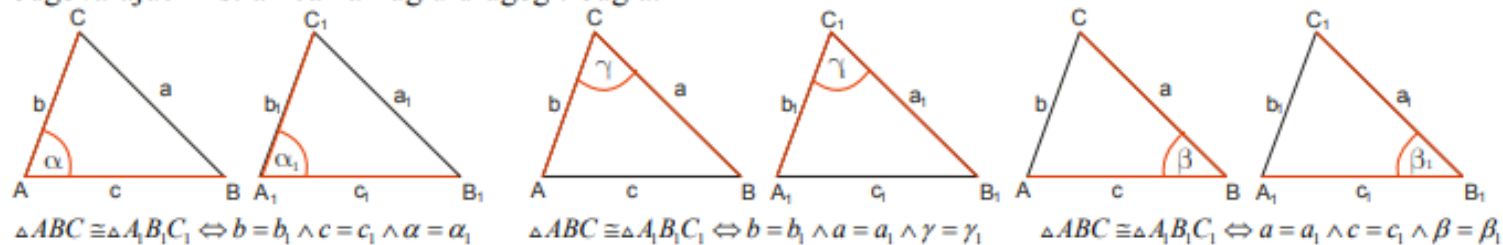




# PODUDARNOST TROUGLOVA

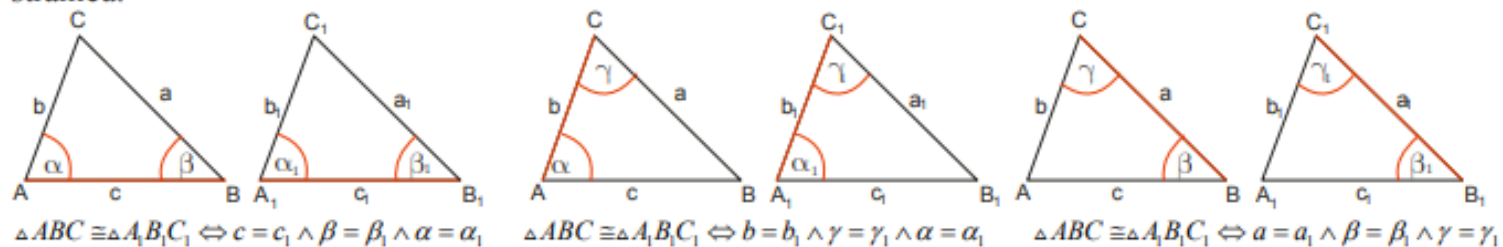
## Stav SUS

Dva trougla su podudarna ako i samo ako su dve stranice jednog trougla i ugao zahvaćen njima jednaki odgovarajućim stranicama i uglu drugog trougla.



## Stav USU

Dva trougla su podudarna ako i samo ako imaju jednaku po jednu stranicu i oba odgovarajuća ugla nalegla na tu stranicu.

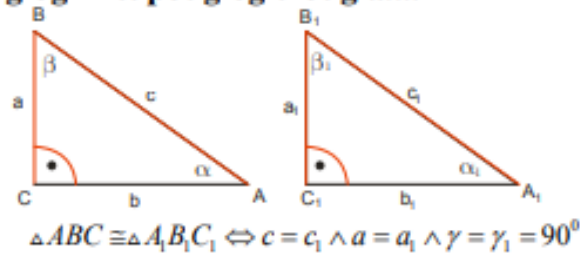
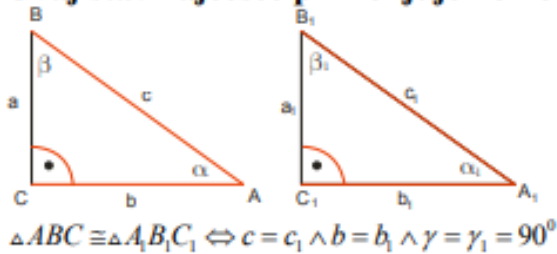


# PODUDARNOST TROUGLOVA

## Stav SSU

Dva trougla su podudarna ako i samo ako su dve stranice i ugao naspram jedne od njih u jednom trouglu jednaki sa dve odgovarajuće stranice i uglom u drugom trouglu, a uglovi naspram druge stranice u oba trougla su iste vrste (oba oštra ili oba prava ili oba tupa)

**Ovaj stav najčešće primenjujemo kod pravouglog ili tupouglog trougla....**



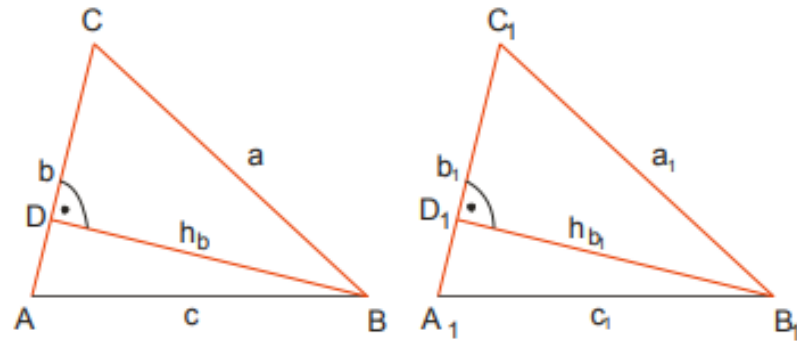
# PRIMJER 1

Dokazati da su trouglovi  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  podudarni kada su im jednaki sledeći odgovarajući elementi:

a)  $a = a_1, b = b_1, h_b = h_{b_1}$

b)  $a = a_1, c = c_1, t_c = t_{c_1}$

a)  $a = a_1, b = b_1, h_b = h_{b_1}$



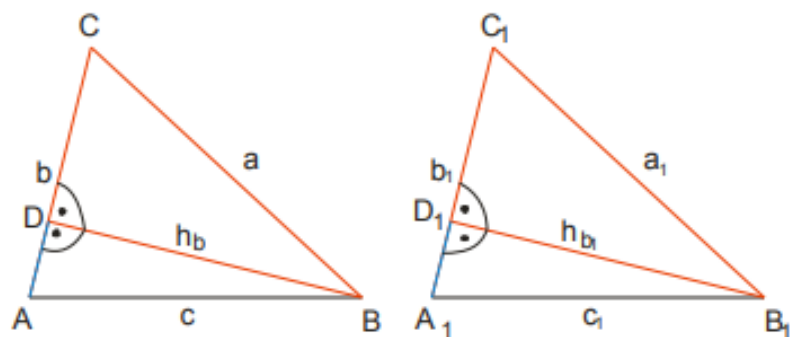
Dakle prvo dokazujemo da je  $\triangle DBC \cong \triangle D_1B_1C_1$

Moramo da nadjemo tri elementa koja su jednaka I da kažemo koji je stav u pitanju!



$$\left. \begin{array}{l} a = a_1 \\ h_b = h_{b_1} \\ \angle D = \angle D_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle DBC \cong \triangle D_1B_1C_1$$

E sad , odavde moramo izvesti neki zaključak koji će nam pomoći da dokažemo da je  $\triangle DBA \cong \triangle D_1B_1A_1$



Ovde je taj zaključak da je  $AD = A_1D_1$  jer je  $AC = A_1C_1$  dato u zadatku a mi smo dokazali da je  $DC = D_1C_1$

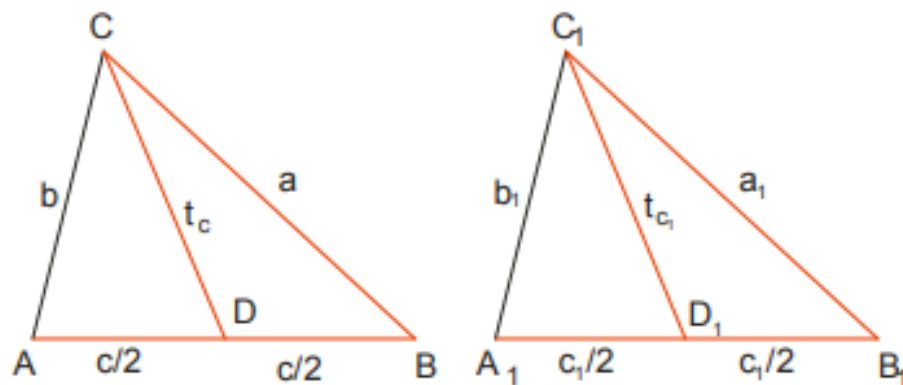
Sad možemo dokazati da je  $\triangle DBA \cong \triangle D_1B_1A_1$

$$\left. \begin{array}{l} AD = A_1D_1 \\ h_b = h_{b_1} \\ \angle D = \angle D_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle DBA \cong \triangle D_1B_1A_1$$

Iz svega sledi da je  $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$



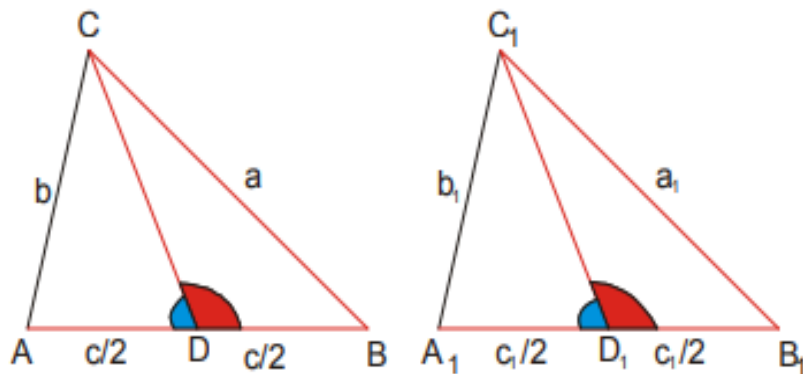
b)  $a = a_1, c = c_1, t_c = t_{c_1}$



Sad krećemo od desnih trouglova:

$$\left. \begin{array}{l} a = a_1 \\ t_c = t_{c_1} \\ \frac{c}{2} = \frac{c_1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{SSS}} \triangle DBC \cong \triangle D_1B_1C_1$$





$$\angle BDC = \angle B_1D_1C_1 \rightarrow \angle ADC = \angle A_1D_1C_1$$

(Dopuna do opruženog ugla)

$$\left. \begin{array}{l} \angle ADC = \angle A_1D_1C_1 \\ t_c = t_{c_1} \\ \frac{c}{2} = \frac{c_1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{SUS} \triangle DAC \cong \triangle D_1A_1C_1$$

Iz svega sledi da je  $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$



# ZADACI ZA VJEŽBU

Dokazati da su trouglovi  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  podudarni kada su im jednaki sledeći odgovarajući elementi:

1.  $c = c_1, t_c = t_{c_1}, h_c = h_{c_1}$
2.  $\gamma = \gamma_1, b = b_1, s_\gamma = s_{\gamma_1}$

